

**שאלות חשיבה אמריקאיות לסיכום פרק החשבון הדיפרנציאלי בשאלון 582**

לפניך שאלות סיכום אמריקאיות בנושא חקירת פונקציה בשאלון 582 לקראת בחינות המתכונת והבגרות. השאלות מתבססות על **הבנה** של תכונות הפונקציות והגרפים כך שאין צורך לגזור את הפונקציות וכמעט שאין צורך בחישובים כלשהם.

**שים לב!** בכל שאלה, מופיעות ארבע טענות המתייחסות לנתונים. **יתכן שיש יותר מטענה אחת נכונה.** בכל שאלה הקף את כל הטענות הנכונות.

מורים המעוניינים להצטרף לרשימת התפוצה של ארכימדס ולקבל חינוך חומרי לימוד ומבחנים יכנסו לקישור: <https://www.archimedesbooks.co.il/> וימלאו את טופס ההצטרפות בתחתית עמוד הכניסה באתר. חומרים נוספים בשאלון 582 ניתן למצוא באתר ארכימדס בקישור: <https://www.archimedesbooks.co.il/807-582>

$$1. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{3 \ln^2 x + e^x}{\ln^2 x + e^{2x}}$$

- א. לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית אחת והיא  $y=3$ .
- ב. לפונקציה יש אסימפטוטה אופקית אחת והיא  $y=0$ .
- ג. לפונקציה יש שתי אסימפטוטות אופקיות.
- ד. הפונקציה מוגדרת לכל  $x$  כי המכנה לא יכול להתאפס.

$$2. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \frac{e^x + e^2}{e^x - e^2} \text{ שאין לה נקודות קיצון ונקודות פיתול.}$$

- א. הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה- $y$  מתחת לראשית הצירים.
- ב. הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה- $x$  משמאל לראשית הצירים.
- ג. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות.
- ד. המרובע הכלוא בין האסימפטוטות של הפונקציה לבין ציר ה- $y$  הוא ריבוע.
- ה. עבור כל  $n$  טבעי מתקיים:  $f(-n) < f(n+3)$ .

$$3. \text{ נתונה הפונקציה: } f(x) = \ln(x^2 + a) \quad (0 < a) \text{ המוגדרת לכל } x.$$

- א. לפונקציה  $f(x)$  אין אסימפטוטות.
- ב. לא יתכן שהפונקציה חותכת את ציר ה- $x$ .
- ג. יתכן שהפונקציה חותכת את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.
- ד. בהכרח מתקיים:  $f'(-a) \cdot f'(a) < 0$ .

4. נתונה הפונקציה  $f(x) = e^x + \frac{1}{e^x}$  שיש לה נקודת קיצון יחידה הנמצאת על ציר ה-y.

א. לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אחת.

ב. גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה-x.

ג. עבור כל n טבעי מתקיים:  $f'(-n) \cdot f'(n) < 0$ .

ד. עבור כל n טבעי מתקיים:  $0 < f(n) + f(-n)$ .

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(x^2 + 4x + a)$ ,  $(0 < a)$ .

א. הפונקציה  $f(x)$  בהכרח מוגדרת עבור  $0 < x$ .

ב. כיוון ש-  $0 < a$  הפונקציה בהכרח מוגדרת לכל x.

ג. קיימים ערכי a שעבורם הפונקציה מוגדרת לכל x.

ד. קיימים ערכי a שעבורם לפונקציה יהיו שתי אסימפטוטות אנכיות.

6. נתונה הפונקציה  $f(x) = e^x \cdot \ln^2(2-x)$ . לפונקציה יש שתי נקודות קיצון שאחת מהן ברביע השני.

הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה הנמצאת על ציר ה-y.

א. לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אחת.

ב. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות.

ג. הפונקציה  $f(x)$  חיובית לכל x בתחום ההגדרה שלה.

ד. המכפלה של פתרונות המשוואה:  $e^{\frac{x}{2}} \cdot \ln^2\left(2 - \frac{x}{2}\right) = k$  זה בזה היא שלילית.

7. נתון גרף הפונקציה:  $f(x) = x^3 \cdot \ln^2 x$ . שנקודות הקיצון שלה הן A ו-  $B(1,0)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = 8x^3 \cdot \ln^2(2x)$  שנקודת המקסימום שלה היא C.

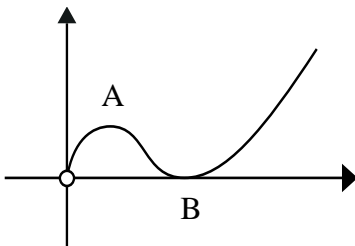
נתונה הפונקציה  $h(x) = (x+2)^3 \cdot \ln^2(x+2)$  שנקודת המקסימום שלה היא D.

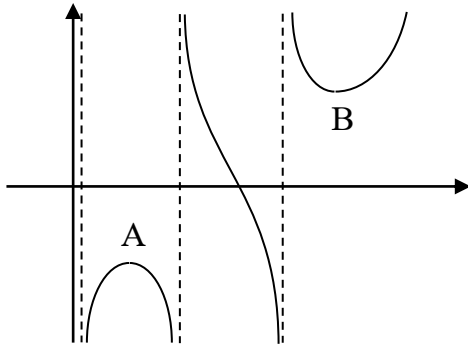
א. שיפוע הקטע AD חיובי.

ב. שיפוע הקטע BD קטן משיפוע הקטע CD.

ג. הנקודה C נמצאת מעל הקטע AD.

ד. הנקודה C נמצאת על הקטע AD.





8. נתון גרף הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln^3 x}{\ln^2 x + a}$  שנקודות הקיצון שלה A ו-B. נתונה הפונקציה:  $g(x) = \ln[f(x)]$ .

נתונה הפונקציה:  $h(x) = \frac{\ln^3(-x)}{\ln^2(-x) + a}$  שנקודות הקיצון שלה C ו-D.

- א. יתכן שמתקיים:  $0 < a$ .
- ב. לפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  יש את אותו תחום ההגדרה.
- ג. המרובע שקדקודיו בנקודות A, B, C ו-D הוא טרפז שווה שוקיים.
- ד. אם למשוואה  $f(x) = k$  יש שני פתרונות אז גם למשוואה  $h(x) = k$  יש שני פתרונות.

9. לפונקציה:  $f(x) = x^2 \cdot a^x$  ( $1 < a$ ) יש שתי נקודות קיצון. אחת מהן נמצאת משמאל לציר ה-y. אין צורך לגזור את הפונקציה. לפונקציה  $f(x)$  אין אסימפטוטה.

ב. קיימים ערכי k שעבורם הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$  ב-3 נקודות.

ג. לפונקציה  $g(x) = \frac{1}{x^2 \cdot a^x}$  יש נקודת קיצון יחידה, והיא נקודת מינימום.

ד. לפונקציה  $g(x) = \frac{1}{x^2 \cdot a^x}$  יש נקודת קיצון יחידה, והיא נקודת מקסימום.

ה. למשוואה  $f(x) = \frac{1}{x^2 \cdot a^x}$  יש לפחות פתרון אחד.

10. לפונקציה  $f(x) = \frac{e^{2x} + e^x - 1}{e^{2x} + 1}$  יש נקודת קיצון אחת שהיא נקודת המקסימום  $(1.44, y_A)$ .

אחד משני פתרונות המשוואה  $f''(x) = 0$  הוא:  $x = 2.15$ . אין צורך לגזור את הפונקציה  $f(x)$ .

א. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות.

ב. לגרף הנגזרת  $f'(x)$  יש שתי נקודות קיצון.

ג. למשוואה  $f(x) = f'(x)$  יש פתרון אחד.

ד. ניתן לקבוע כי עבור כל  $x_1$  גדול מ-3, ככל ש- $x_1$  גדול יותר, הביטוי:  $f(x_1) - f'(x_1)$  הולך וקטן.

ה. ניתן לקבוע כי עבור כל  $x_1$  גדול מ-2, ככל ש- $x_1$  גדול יותר, הביטוי:  $f(x_1) - f'(x_1)$  הולך וקטן.

**תשובות:**

- 1) ב' 2) א', ד' ו-ה' 3) א', ג', ד' 4) ג' ו-ד' 5) א', ג', ד' 6) ב' 7) ב', ד' 8) ג' ו-ד' 9) ב', ג' ו-ה' 10) א', ב', ג', ד'